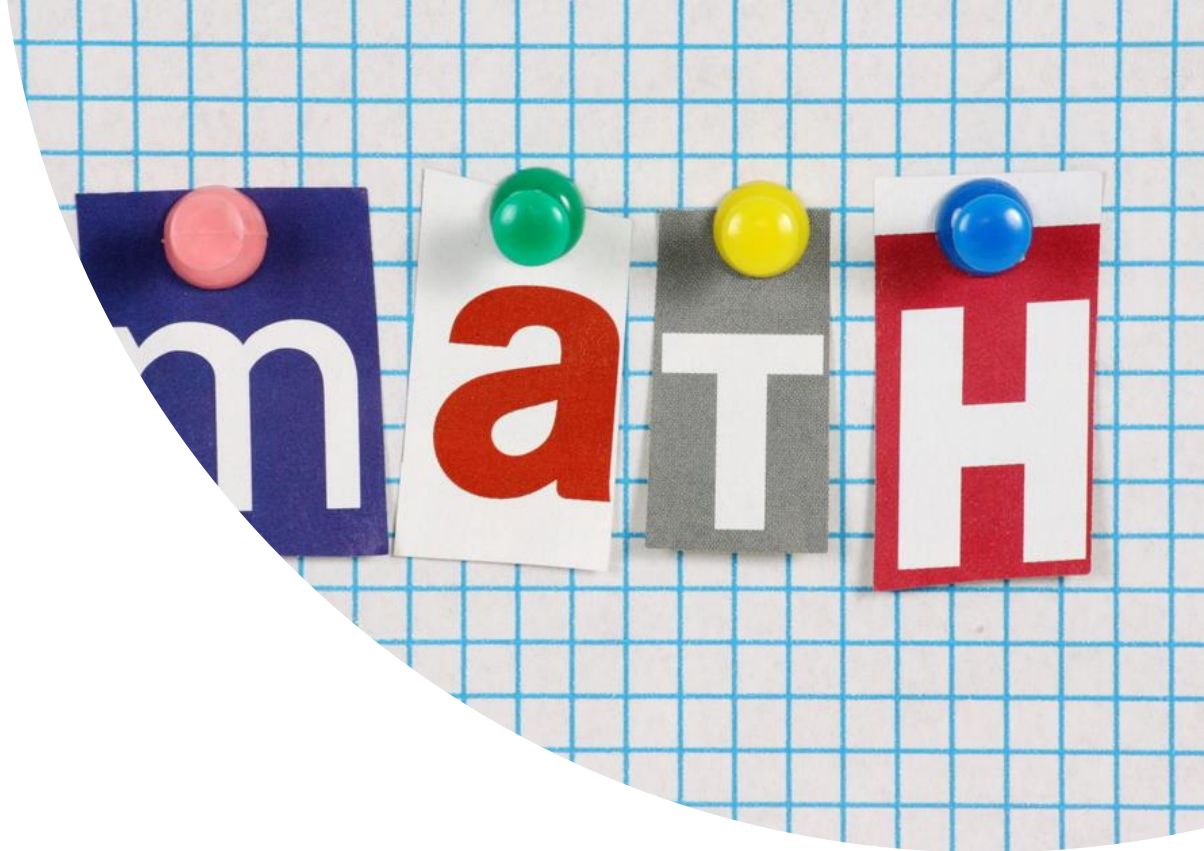
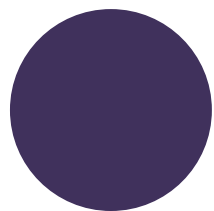
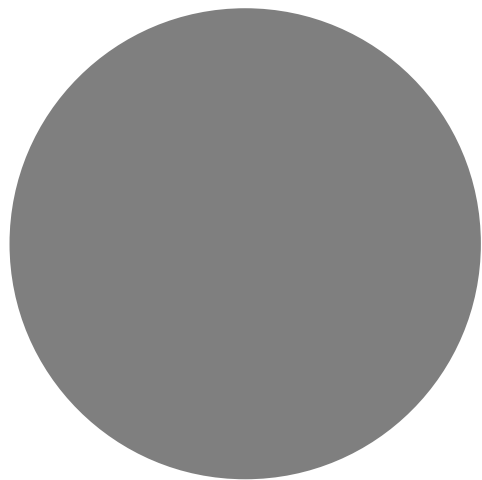




Hatvány, gyök, logaritmus

Válogatás korábbi évek
érettségi feladataiból
(2014-2017, emelt szint)

2014. máj. E/2.

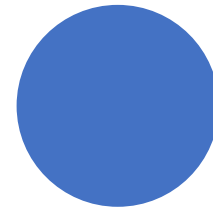
Jelölje H a $\sqrt{5,2 - x} \leq 3$ egyenlőtlenség **pozitív egész** megoldásainak halmazát.

Jelölje továbbá B azon **pozitív egész** b számok halmazát, amelyekre a $\log_b 2^6$ kifejezés értéke is pozitív egész szám.

Elemeinek felsorolásával adja meg a H , a B , a $H \cap B$ és a $B \setminus H$ halmazt!

(Ö.: 11 pont)

1. feladat



2014. máj. E/5.

a) Igazolja, hogy a $\left(-\frac{1}{2}\right)$, a 0 és a 3 is gyöke a $2x^3 - 5x^2 - 3x = 0$ egyenletnek, és az egyenletnek ezeken kívül más valós gyöke nincs!

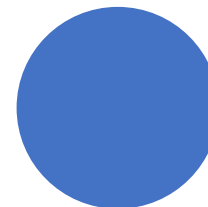
b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$2\cos^3 x - 5\cos^2 x - 3\cos x = 0$$

c) Mutassa meg, hogy a $2 \cdot 8^x + 7 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^x = 0$ egyenletnek nincs valós gyöke!

(a) 5 pont b) 6 pont c) 5 pont Ö.: 16 pont)

2. feladat



2014. okt. E/1.

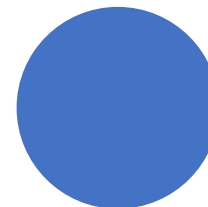
Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!

a) $2 \sin x - 2 \sin^2 x = \cos^2 x$

b) $25^{\lg x} = 5 + 4 \cdot 5^{\lg x}$

(a) 5 pont b) 7 pont Ö.: 12 pont)

3. feladat



2017. máj. E/1.

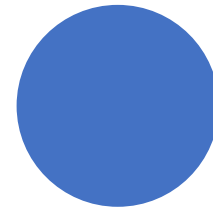
a) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol x és y pozitív valós számok!

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 0,2 \\ \frac{\lg x + \lg y}{2} = \lg \frac{x + y}{2} \end{array} \right\}$$

b) Oldja meg a $[-\pi; \pi]$ halmazon a $2\sin^2 x - \cos x = 2$ egyenletet!

(a) 6 pont b) 6 pont Ö.: 12 pont)

4. feladat



2017. okt. E/5.

A laptopokban is használt B típusú lítiumion-akkumulátorok töltéskapacitása minden teljes töltési ciklusnál az előző értékének körülbelül 0,06%-ával csökken.

a) Hány százalékkal csökkent az új akkumulátor töltéskapacitása, ha 350 teljes töltési ciklust végeztek vele?

Egy B típusú akkumulátorral minden évben körülbelül 200 teljes töltési ciklust végeznek. (Tételezzük fel, hogy két töltési ciklus között mindig ugyanannyi idő telik el.)

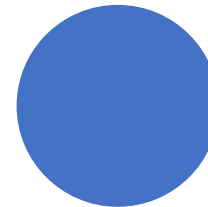
b) Mennyi a felezési ideje a kezdetben új akkumulátor töltéskapacitásának (azaz töltési kapacitása mennyi idő alatt csökken a felére)?

Egy használt laptop-akkumulátorokat árusító üzletben a 25 azonos típusú akkumulátor töltéskapacitása 60% és 80% között van, de közülük csak 10-nek kisebb a töltéskapacitása 70%-nál. Egy vevő a 25 akkumulátor közül hármat vásárol meg.

c) Ha a három akkumulátort véletlenszerűen választja ki, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb az egyiknek lesz 70%-nál kisebb a töltéskapacitása?

(a) 4 pont b) 6 pont c) 6 pont Ö.: 16 pont)

5. feladat



2016. máj. E/7.

Adott az f , a g és a h függvény:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x - 1;$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3x + 2;$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 12 - x^2.$$

a) Legyen a k összetett függvény belső függvénye az f és külső függvénye a h (vagyis $k(x) = h(f(x))$ minden x valós szám esetén). Igazolja, hogy $k(x) = 11 + 2^{x+1} - 4^x$.

b) Oldja meg az $f(g(x)) < g(f(x))$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

c) Mekkora a h és az $x \mapsto -4$ ($x \in \mathbb{R}$) függvények görbéi által közbezárt (korlátos) terület?

6. feladat

2017. máj. E/7.

Egy baktériumtenyészet szaporodását laboratóriumi körülmények között vizsgálják. Az első órában 4 mikrocellát fertőznek meg baktériumokkal. A második órában a baktériumok szaporodni kezdenek, így további 3 cella fertőződik meg. A megfigyelés szerint ezután „szabályszerűvé” válik a baktériumok szaporodása: minden órában annyi új fertőzött cella keletkezik, ahány korábban összesen volt. (A harmadik órában $4 + 3 = 7$ új fertőzött mikrocella keletkezik, a negyedik órában 14, és így tovább.)

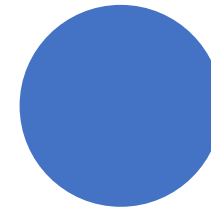
a) Ha a baktériumok szaporodásához továbbra is biztosítanak a megfelelő körülményeket, akkor az összes fertőzött mikrocella száma hányadik órában haladná meg a tízmilliót?

A biológiaórán egy kezdetben tízmilliós baktériumhalmaznak a környezethez való alkalmazkodását modellezzik a tanulók. Egy szabályos dobókockával dobnak, és ha a dobás eredménye 1, 2 vagy 3, akkor egymillió baktérium elpusztul. Ha a dobás eredménye 4 vagy 5, akkor nem történik semmi. Ha a dobás eredménye 6, akkor újabb egymillió baktérium keletkezik. A dobást többször egymás után megismétlik.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy hét dobás után a baktériumok száma legfeljebb ötmillió lesz!

(a) 8 pont b) 8 pont Ö.: 16 pont)

7. feladat



2014. okt. E/3.

Egy kereskedőcég bevételei két forrásból származnak: bolti árusításból és internetes eladásból. Ebben az évben az internetes árbevétel 70%-a volt a bolti árbevételnek. A cég vezetői arra számítanak, hogy a következő években az internetes eladásokból származó árbevétel évente az előző évi internetes árbevétel 4%-ával nő, a bolti eladásokból származó árbevétel viszont évente az előző évi bolti árbevétel 2%-ával csökken.

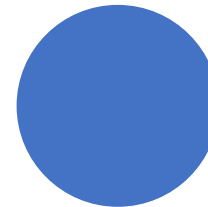
a) Számítsa ki, hány év múlva lesz a két forrásból származó árbevétel egyenlő!

A cég ügyfélszolgálatának hosszú időszakra vonatkozó adataiból az derült ki, hogy átlagosan minden nyolcvanadik vásárló tér vissza később valamilyen minőségi kifogással.

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy 100 vásárló közül legfeljebb kettőnek lesz később minőségi kifogása!

(a) 8 pont b) 6 pont Ö.: 14 pont)

8. feladat



Egy pénzüintézet a tőle felvett H forint összegű hitel visszafizetésekor havi $p\%$ -os kamattal számol ($p > 0$), ezért az adós havi törlesztőrészletét a $t_n = H \cdot \frac{q^n(q-1)}{q^n-1}$ képlettel számítja ki (minden hónapban ekkora összeget kell visszafizetni).

A képletben $q = 1 + \frac{p}{100}$, az n pedig azt jelenti, hogy összesen hány hónapig fizetjük a törlesztőrészleteket (ez a hitel futamideje).

a) Fogyasztási cikkek vásárlására 1,6 millió forint hitelt vettünk fel a pénzüintézettől; a havi kamat 2% . Összesen hány forintot fizetünk vissza, ha 72 hónap alatt törlesztjük a felvett hitelt? Válaszát ezer forintra kerekítve adja meg!

b) Legkevesebb hány hónapos futamidőre vehetünk fel egy 2 millió forintos hitelt, ha legfeljebb 60 ezer forintot tudunk havonta törleszteni, és a havi kamat 2% -os?

c) Számítsa ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n$ határértéket, ha $q = 1,02$ és $H = 2\,000\,000$.

(a) 4 pont b) 8 pont c) 4 pont Ö.: 16 pont)

9. feladat

